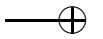


Alexey Izmailov  
Mikhail Solodov

OTIMIZAÇÃO,  
VOLUME II

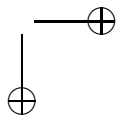
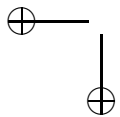
MÉTODOS COMPUTACIONAIS

Rio de Janeiro  
2007



Copyright © 2007 by Alexey Izmailov and Mikhail Solodov  
Direitos reservados, 2007 pela Associação Instituto  
Nacional de Matemática Pura e Aplicada -IMPA  
Estrada Dona Castorina 110  
Rio de Janeiro, RJ 22460-320  
Brazil

ISBN 978-85-244-0268-5



# Índice

<b>Prefácio</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Notações</b>	<b>vii</b>
<b>1 Resumo da Teoria de Otimização</b>	<b>1</b>
1.1 Existência de soluções . . . . .	1
1.2 Condições de otimalidade . . . . .	4
1.3 Convexidade . . . . .	11
1.4 Dualidade . . . . .	20
1.5 Alguns resultados da Análise e da Álgebra Linear	23
1.6 Elementos da Análise não-diferenciável . . . . .	28
<b>2 Introdução aos Métodos de Otimização</b>	<b>36</b>
2.1 Classificação dos métodos. Noções de convergência.	36
2.2 Taxas de convergência. Regras de parada. . . . .	40
2.3 Métodos de otimização uni-dimensional . . . . .	45
2.3.1 Método de comparação de pontos de rede . . . . .	46
2.3.2 Método de bisseção. Método da seção áurea.	48
2.3.3 Interpolação polinomial . . . . .	55
<b>3 Otimização Irrestrita</b>	<b>57</b>
3.1 Métodos de descida . . . . .	58
3.1.1 Esquema geral dos métodos de descida. Busca linear. . . . .	58
3.1.2 O método do gradiente . . . . .	75

3.2	O método de Newton. Métodos quase-Newton. . .	97
3.2.1	O método de Newton para equações . . . .	98
3.2.2	Método de Newton para otimização irrestrita	105
3.2.3	Métodos quase-Newton . . . . .	109
3.3	Estratégias de globalização . . . . .	119
3.3.1	Métodos com busca linear . . . . .	119
3.3.2	Métodos de regiões de confiança . . . . .	124
3.3.3	Métodos de continuação paramétricos . . .	137
3.4	Métodos de direções conjugadas . . . . .	147
3.4.1	Métodos de direções conjugadas para funções quadráticas . . . . .	147
3.4.2	O método dos gradientes conjugados . . .	153
3.5	Métodos que não utilizam derivadas . . . . .	159
<b>4</b>	<b>Métodos para Otimização com Restrições</b>	<b>165</b>
4.1	Métodos para conjuntos viáveis de estrutura simples	165
4.1.1	Métodos do gradiente projetado . . . . .	166
4.1.2	Direções viáveis e métodos de descida . . .	176
4.1.3	Método do gradiente restrito. Método de Newton restrito. . . . .	179
4.2	Métodos de direções viáveis . . . . .	183
4.3	Métodos de penalização . . . . .	187
4.3.1	Penalização externa . . . . .	188
4.3.2	Penalização externa exata . . . . .	206
4.3.3	Penalização interna. Métodos de barreiras.	216
4.4	Métodos para problemas com restrições de igualdade	224
4.4.1	Métodos de Newton para o sistema de La- grange . . . . .	225
4.4.2	O método de penalização quadrática . . .	230
4.4.3	Lagrangianas aumentadas e funções de pe- nalização exata diferenciáveis . . . . .	238
4.5	Métodos para problemas com restrições mistas . .	249
4.5.1	Métodos de Newton generalizados . . . . .	250
4.5.2	Métodos de Newton generalizados para o sistema de Karush-Kuhn-Tucker . . . . .	252
4.5.3	Métodos de penalização quadrática . . . .	270

4.5.4	Lagrangianas aumentadas . . . . .	283
4.5.5	Penalização exata diferenciável . . . . .	288
4.6	Programação quadrática seqüencial . . . . .	291
4.6.1	Restrições de igualdade . . . . .	292
4.6.2	Restrições mistas . . . . .	296
4.6.3	Globalização de convergência de SQP . . . . .	309
4.6.4	Restauração da convergência local super-linear . . . . .	323
4.6.5	Outras técnicas de globalização . . . . .	332
4.7	Identificação das restrições ativas . . . . .	334
4.7.1	Identificação baseada em estimativas de distância à solução . . . . .	336
4.7.2	Estimativas de distância à solução . . . . .	341
<b>5</b>	<b>Métodos para otimização não-diferenciável</b>	<b>344</b>
5.1	Métodos de subgradiente . . . . .	348
5.2	O método de planos cortantes . . . . .	355
5.3	Métodos de feixe . . . . .	362
<b>6</b>	<b>Programação linear e quadrática</b>	<b>386</b>
6.1	Programação linear . . . . .	386
6.1.1	Elementos de teoria da programação linear	387
6.1.2	O método do simplex . . . . .	399
6.1.3	Métodos de pontos interiores . . . . .	413
6.2	Programação quadrática . . . . .	432
6.2.1	Pontos especiais . . . . .	433
6.2.2	O método de pontos especiais . . . . .	435
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>441</b>
	<b>Índice Remissivo</b>	<b>444</b>

# Prefácio

Este volume, voltado para métodos computacionais de Otimização, é uma continuação natural do livro [12], onde foram abordados condições de otimalidade e outros assuntos teóricos da disciplina. O presente volume é, num certo sentido, uma adaptação (porém não é uma simples tradução) do livro [11], escrito pelos autores em russo, que foi um grande sucesso e já está em sua segunda edição.

O desenvolvimento de métodos computacionais é abordado do ponto de vista matemático. Mais precisamente, o nosso foco está na explicação de idéias principais e fundamentos matemáticos de algoritmos, assim como na análise rigorosa das suas propriedades de convergência. Detalhes de implementação e prática computacional, embora comentados em algumas ocasiões, são tratados como temas complementares. Modificações sofisticadas de algoritmos básicos, que são indispensáveis para sucesso na utilização prática, com freqüência não permitem análise completa de suas propriedades num livro voltado ao ensino. Em vez de ter que apresentar análise parcial ou com brechas, optamos por focar em versões de métodos um pouco mais simples, que permitem expor idéias principais e análise completa. No entanto, é importante ressaltar que, para pessoas interessadas no uso prático de algoritmos, dicas de implementação e indicações de comportamento prático são, com grande freqüência, mais importantes do que teoremas abstratos de convergência e outras pro-

priedades teóricas de métodos. Na medida do possível, mas sem perder foco, fizemos um esforço para transmitir ao leitor algumas informações sobre vantagens e limitações práticas de vários algoritmos. Mas detalhes e dicas de implementação computacional, em grande parte, foram deixados fora. Recomendamos a leitores interessados nestes assuntos (que são, sem dúvida, de grande importância) consultar outras fontes, como por exemplo [5, 7, 18, 20].

Ao terminar, agradecemos a Luis Mauricio Graña Drummond pela leitura cuidadosa da versão preliminar, e a Priscilla Fernandes Pomateli pela revisão do manuscrito final.

Alexey Izmailov, Moscou, maio 2007

Mikhail Solodov, Rio de Janeiro, maio 2007